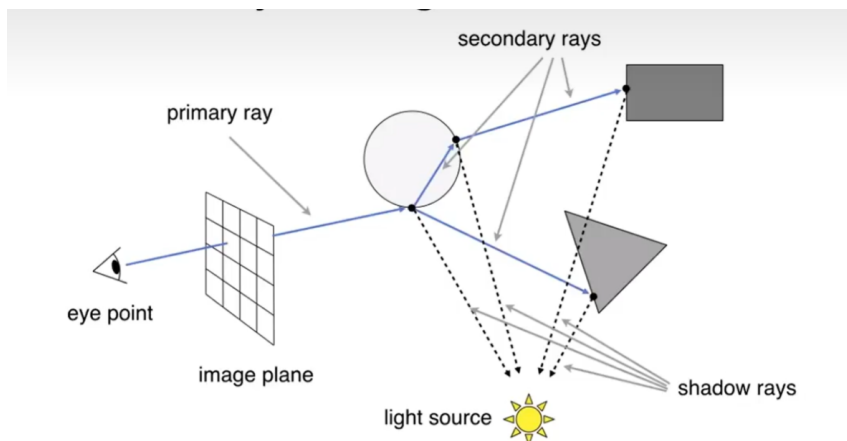


光线追踪!

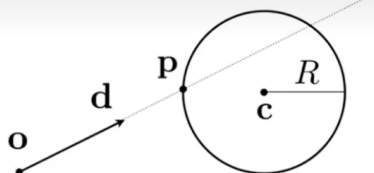
光路可逆，嗯。电眼逼人。



之前看过一些光线追踪的演示，可以设定光线允许的弹射次数，不同的弹射次数看起来效果很不一样。

Solve for intersection:

$$(\mathbf{o} + t\mathbf{d} - \mathbf{c})^2 - R^2 = 0$$



$$at^2 + bt + c = 0, \text{ where}$$

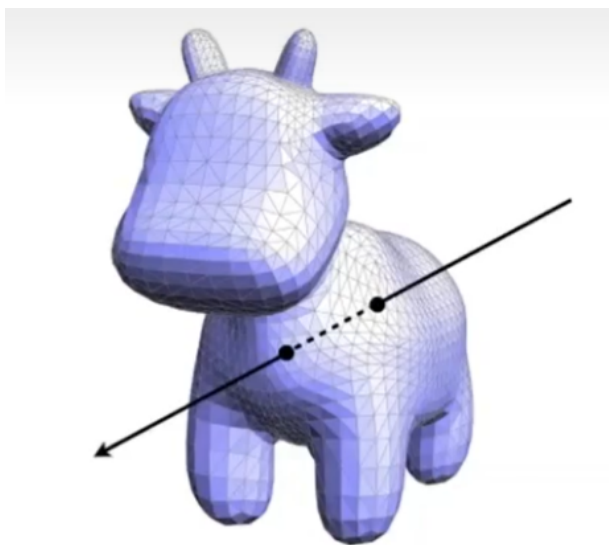
$$a = \mathbf{d} \cdot \mathbf{d}$$

$$b = 2(\mathbf{o} - \mathbf{c}) \cdot \mathbf{d}$$

$$c = (\mathbf{o} - \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{o} - \mathbf{c}) - R^2$$

这里定义的光线（射线）是一个关于时间的位置函数。

还得是牛牛。其实对于隐式的东西我暂时不太感兴趣。



课上把三维中光线与三角形相交的问题转化为光线与平面相交+平面上的点与平面上的三角形相交两个子问题，并用点法式定义平面。

还提到了一种 MT 算法，用到了之前提到的三角形重心坐标。

Gramer's Rule 看着就很 high-cost，感觉不如消元法。

Möller Trumbore Algorithm

A faster approach, giving barycentric coordinate directly

Derivation in the discussion section!

$$\vec{O} + t\vec{D} = (1 - b_1 - b_2)\vec{P}_0 + b_1\vec{P}_1 + b_2\vec{P}_2$$

$$\begin{bmatrix} t \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\vec{S}_1 \cdot \vec{E}_1} \begin{bmatrix} \vec{S}_2 \cdot \vec{E}_2 \\ \vec{S}_1 \cdot \vec{S} \\ \vec{S}_2 \cdot \vec{D} \end{bmatrix}$$

Cost = (1 div, 27 mul, 17 add)

Where:

$$\vec{E}_1 = \vec{P}_1 - \vec{P}_0$$

$$\vec{E}_2 = \vec{P}_2 - \vec{P}_0$$

$$\vec{S} = \vec{O} - \vec{P}_0$$

$$\vec{S}_1 = \vec{D} \times \vec{E}_2$$

$$\vec{S}_2 = \vec{S} \times \vec{E}_1$$

Recall: How to determine if the "intersection" is inside the triangle?

Hint:
(1-b1-b2), b1, b2 are barycentric coordinates!

加速!

Bounding Volumes 包围体积 (包围盒)

Understanding: box is the intersection of 3 pairs of slabs

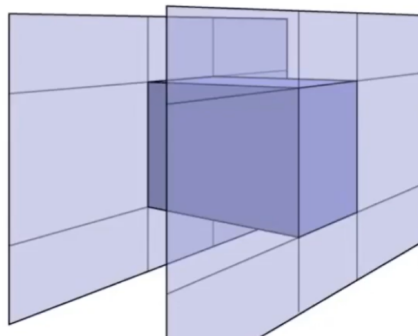
Specifically:

We often use an

Axis-Aligned Bounding Box (AABB)

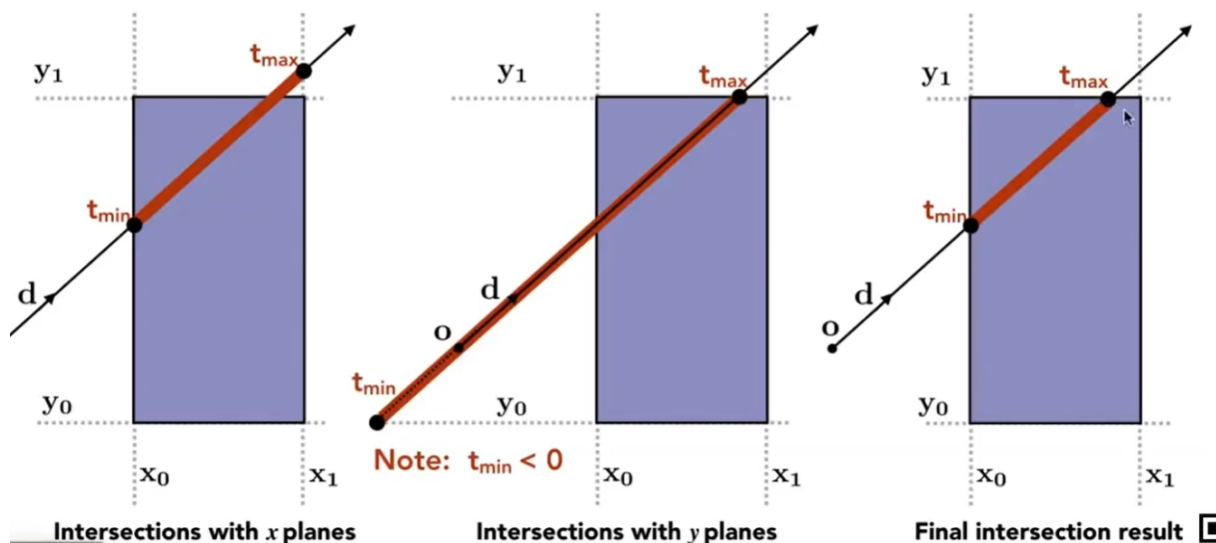
(轴对齐包围盒)

i.e. any side of the BB is along either x, y, or z axis



这种 AABB 包围盒有个好处是用六个数对就可以表示。且光线与这类平面求交更方便。

2D example; 3D is the same! Compute intersections with slabs and take intersection of $t_{\min}/t_{\max}$ intervals



这个图如何理解呢， $t_{\min}$ 和 $t_{\max}$ 本质是定义了光线与一对对面的包围体积的交集。那么盒子的内部如何定义呢，其实就是所有对面的包围体积的交集。

在盒子 and 在光线内 = 在所有对面的包围体积的交集 and 在光线 = (在光线 and 在 x 对面的包围体积) and (在光线 and 在 y 对面的包围体积) and (在光线 and 在 z 对面的包围体积)

然后这个具体的求法就是下面的这个图了，说实话这个 key idea 我不太懂，但你理解成线段求交公式也是可以的。

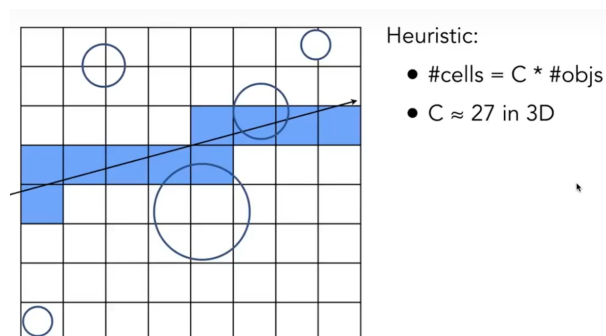
- Recall: a box (3D) = three pairs of infinitely large slabs
- Key ideas
 - The ray enters the box **only when** it enters all pairs of slabs
 - The ray exits the box **as long as** it exits any pair of slabs
- For each pair, calculate the $t_{\min}$ and $t_{\max}$ (negative is fine)
- For the 3D box, $t_{\text{enter}} = \max\{t_{\min}\}$, $t_{\text{exit}} = \min\{t_{\max}\}$

嗯，边界条件课上已经给了，我就不细说了。

- However, ray is not a line
 - Should check whether t is negative for physical correctness!
- What if $t_{\text{exit}} < 0$?
 - The box is "behind" the ray — no intersection!
- What if $t_{\text{exit}} \geq 0$ and $t_{\text{enter}} < 0$?
 - The ray's origin is inside the box — have intersection!
- In summary, ray and AABB intersect iff
 - $t_{\text{enter}} < t_{\text{exit}} \ \&\& \ t_{\text{exit}} \geq 0$

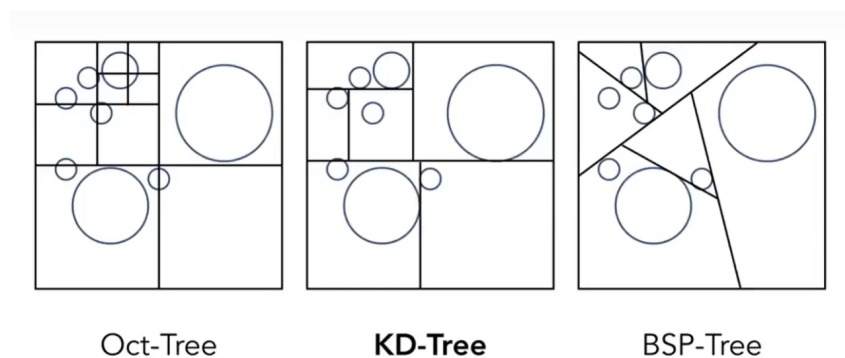
继续谈论加速。

另一种方法是对空间分块，每个块分成有物体还是没物体。



Spatial Partitions 空间划分

进一步的分块，每块不一定是均匀的。（牢 OIer 再看到 KD-Tree 稍微有些感慨）



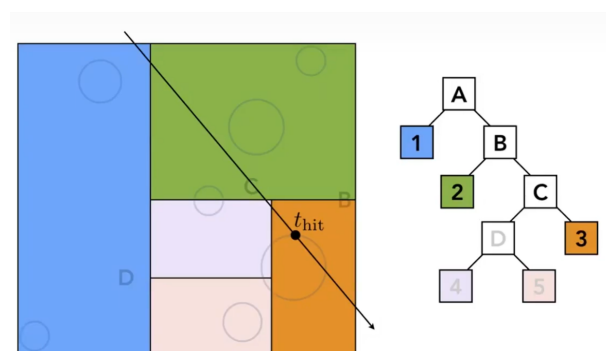
Note: you could have these in both 2D and 3D. In lecture we will illustrate principles in 2D.

二叉树/四叉树/八叉树基本就是那样吧。

KD-Tree 是纯纯的二叉树，而且用的是 AABB 型包围盒。

BSP-Tree 不太好做与光线的相交计算。

KD-Tree

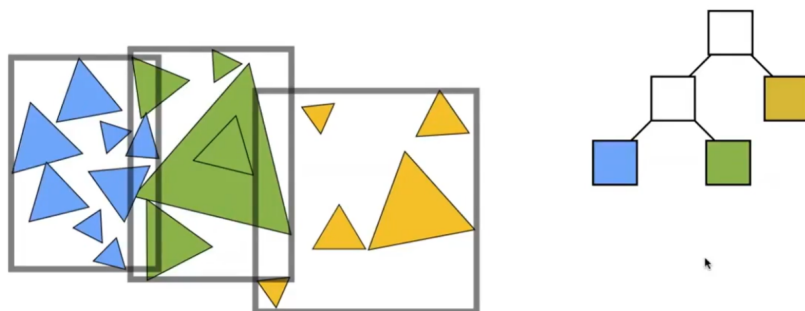


KD-Tree 依然只做到了相对快速地找到了“可能与光线相交的物体”，但考虑到一般不太用隐式表示来描述物体的表面而是用三角形，所以后面应该还会提到更多优化。

嗯，判定三角形与平面的交集是个很难的问题。

Object Partitions and BVH (Bounding Volume Hierarchies)

如图，它也解决了如何快速找到与物体相交的三角形。



但代价在于包围盒会相交，BVH 相关的研究也有很多集中在优化划分方式以减少相交这方面。

提到了两个优化，第一个保证了每个叶子节点的 Bounding Volumes 尽量在空间中均匀，第二个则是保证了叶子节点内的三角形数量尽量均匀。

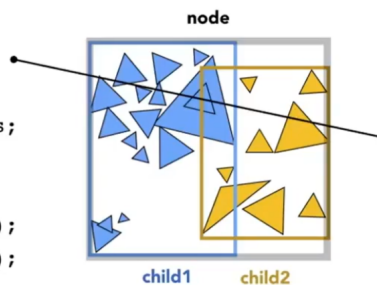
How to subdivide a node?

- Choose a dimension to split
- Heuristic #1: Always choose the longest axis in node
- Heuristic #2: Split node at location of **median** object

还提到了怎么快速得出中位三角形，也就是如何快速做 kth 问题，答案是快速选择算法。之后再还债吧（悲

动态场景不好预处理，嗯，所以光线追踪的开销非常大。

```
Intersect(Ray ray, BVH node) {  
    if (ray misses node.bbox) return;  
  
    if (node is a leaf node)  
        test intersection with all objs;  
        return closest intersection;  
  
    hit1 = Intersect(ray, node.child1);  
    hit2 = Intersect(ray, node.child2);  
  
    return the closer of hit1, hit2;  
}
```



徐导曾经说过一句话，大意是一个导演的表达都在片子里，哈哈。

所以也可以说程序员的表达都在代码里，嗯。

这里顺便畅想一下，嗯，KD-Tree 和 BVH 展现的问题归根结底是我们要采用 AABB 形式的包围盒，而 DeepLearning 乃至类脑计算元件如果能对几何结构更复杂的 Bounding Volumes 也能有很好的效果的话.....哈哈说笑了，虽然我们梦里大脑渲染出来的场景都很清晰，但可能采用了完全不同的光线追踪管线。

Basic Radiometry 辐射度量学

这个看名字就非常 Physical，是路径追踪的基础（前面提的某个风格光线追踪的 pro-max）。老师说单词不太好翻译，那么拜托了我的 LLM 猫娘。

翻译总结表		
英文术语	新译名	核心逻辑
radiant flux	辐能率	辐射能量的时间速率（功率）
intensity	辐角密	单位立体角内的辐射能量密度
irradiance	辐照密	单位面积接收的辐射能量密度
radiance	辐角照密	单位立体角与单位投影面积的综合能量密度

当然可能并不完全准确，还是结合课程我自己来修改一下吧。

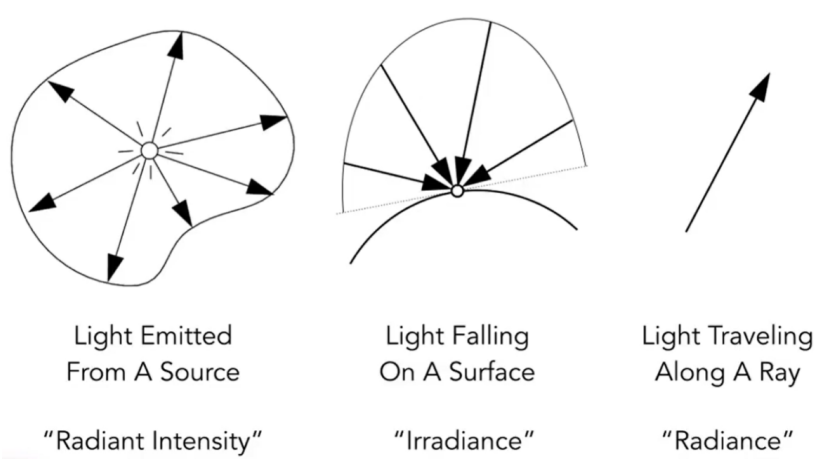
Definition: Radiant energy is the energy of electromagnetic radiation. It is measured in units of joules, and denoted by the symbol:

$$Q \text{ [J = Joule]}$$

Definition: Radiant flux (power) is the energy emitted, reflected, transmitted or received, per unit time.

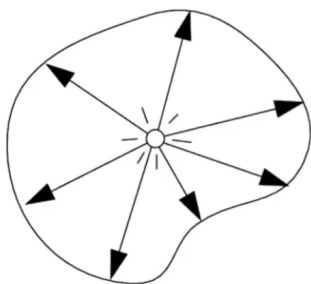
$$\Phi \equiv \frac{dQ}{dt} \text{ [W = Watt] [lm = lumen]}^*$$

首先 Radiant flux 确实翻译成辐能率很合适，不过稍微考虑一下还是翻译成 **辐射能率**。辐能率的单位除了 W 瓦特还有 lumen 流明，lumen 是一个光学中的单位。接下来是其它三个词。



Definition: The radiant (luminous) intensity is the power per unit **solid angle (?)** emitted by a point light source.

(立体角)



$$I(\omega) \equiv \frac{d\Phi}{d\omega}$$

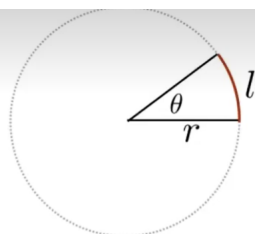
$$\left[\frac{\text{W}}{\text{sr}} \right] \left[\frac{\text{lm}}{\text{sr}} = \text{cd} = \text{candela} \right]$$

The candela is one of the seven SI base units.

intensity 翻译成 **角辐射能率** 更合适，毕竟辐角是个已有名词，会过度激活记忆导致头晕。
candela 还是个标准单位地。

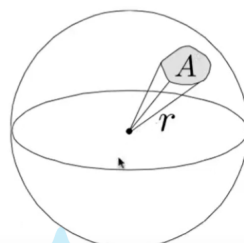
Angle: ratio of subtended arc length on circle to radius

- $\theta = \frac{l}{r}$
- Circle has 2π **radians**

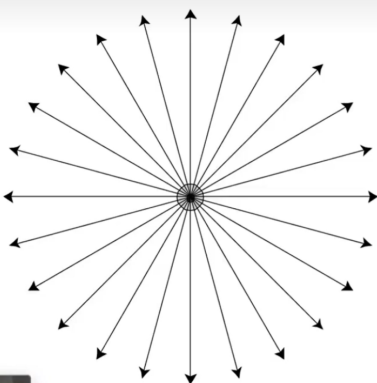


Solid angle: ratio of subtended area on sphere to radius squared

- $\Omega = \frac{A}{r^2}$
- Sphere has 4π **steradians**



这里有个小插曲，因为我之前也不懂立体角所以贴进来了，哈哈。
这样看某个立体角的角度会对应多个不同的立体角。



$$\Phi = \int_{S^2} I d\omega$$

$$= 4\pi I$$

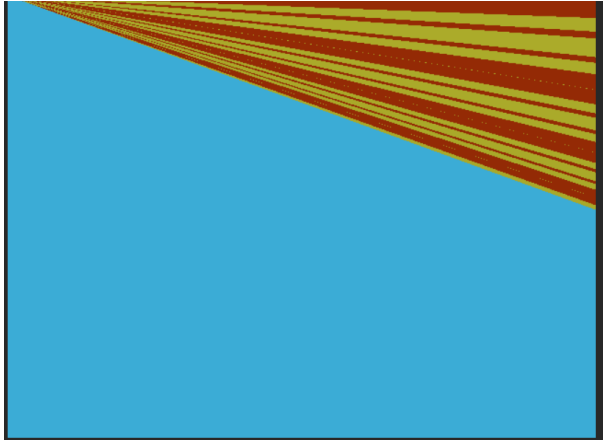
$$I = \frac{\Phi}{4\pi}$$

最后一张图其实就是把之前的方程在均匀光源的特定解给解出来了。
给了个灯泡的具体例子，非常好。

喵的去掉了还不行给我报一堆错……好吧是没去干净，一共要去掉两处。

```
target_compile_options(RayTracing PUBLIC -Wall -Wextra -pedantic -Wshadow -Wreturn-  
type) #-fsanitize=undefined)  
target_compile_features(RayTracing PUBLIC cxx_std_17)  
target_link_libraries(RayTracing PUBLIC) #-fsanitize=undefined)
```

生成了一个 .ppm 文件，用 VSCode 的插件看一下。



额.....继续查错吧。

好吧看了下网上的代码是忘了变换.....。

把 x, y 改成这样

```
float xmid = scene.width/2.0f, ymid=scene.height/2.0f;  
x = (x - xmid) / (float)scene.width * scale * imageAspectRatio;  
y = (y - ymid) / (float)scene.height * scale;
```

但效果还是不太对.....好吧作业要求的效果本来就不太对。要想让图正过来吧 (y-ymid) 改成 (ymid-y) 就行了

